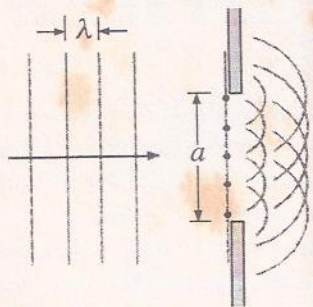


¿QUÉ ES LA DIFRACCIÓN?

La difracción se refiere a la desviación de las ondas de su comportamiento rectilíneo; se produce siempre que una parte del frente de onda sea limitada por una abertura (u obstáculo). La difracción se puede explicar usando una simple construcción geométrica de Huygens, según la cual en cada punto del frente de onda se generan ondas esféricas secundarias, las cuales a su vez se superponen y forman un nuevo frente de onda. Así, las ondas que se generan de las distintas partes de la abertura, interfieren en una pantalla, creando una figura de difracción.



La difracción depende del tamaño a de la abertura en comparación con la longitud de onda, λ . La parte de la onda original que se bloquea no participa en la regeneración de ondas secundarias y solo contribuyen las ondas provenientes de la región que no está obstruida.

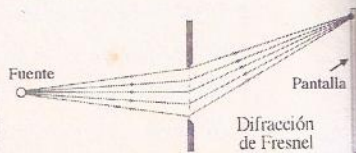


Cuando la abertura es grande ($a \gg \lambda$) la envolvente del gran número de ondas secundarias generadas, es una onda casi plana. Por otra parte, si el tamaño de la abertura es pequeño ($a \approx \lambda$), habrá esencialmente una sola onda secundaria que tendrá frentes de onda esféricos.

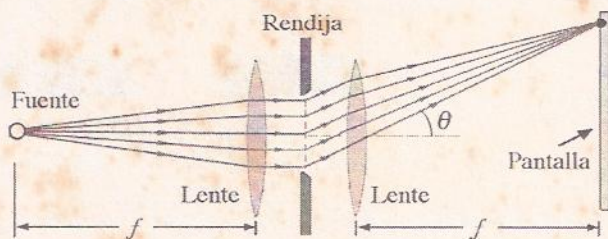
La difracción suele clasificarse en dos tipos:

a) *Difracción de Fresnel*: La fuente y la pantalla de observación están a distancia finita de la rendija.

b) *Difracción de Fraunhofer*: La fuente y la pantalla de observación están muy distantes de la rendija. Los rayos que entran y salen de la rendija se consideran paralelos (frentes de onda planos). Esta situación resulta más fácil de analizar, de modo que de ahora en adelante solo vamos a estudiar la difracción de Fraunhofer.



En la práctica se puede obtener difracción de Fraunhofer, colocando la fuente y la pantalla a distancias finitas de la rendija y empleando lentes convergentes entre éstas y la rendija, para el enfoque de rayos paralelos.



DIFFRACCIÓN POR UNA SOLA RENDIJA

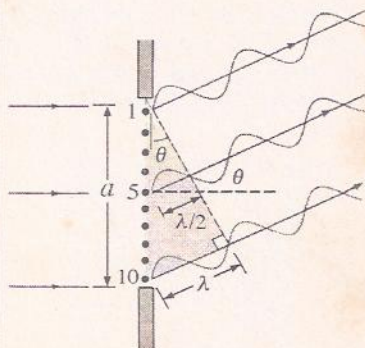
Supongamos que los rayos incidentes y refractados son paralelos. Los rayos que se dirigen a la pantalla en dirección $\theta = 0$, se encuentran todos en fase y formarán una mancha brillante en el centro de la pantalla.

Imaginemos que la rendija se divide en dos partes iguales y consideremos los rayos que salen a un ángulo θ . El rayo 10 que sale de la parte inferior recorre una distancia λ más que el rayo 1 de la parte superior, y una distancia $\lambda/2$ más que el 5 de la parte central. Estos dos rayos, el 10 y el 5 interfieren destructivamente en la pantalla. De manera parecida, cada rayo de la mitad inferior se cancela con el correspondiente ubicado en la mitad superior. Así, todos los rayos se cancelan por parejas y por lo tanto, la intensidad que era un máximo para $\theta = 0^\circ$ se reducirá a un mínimo (cero) para este valor del ángulo θ , dado por:

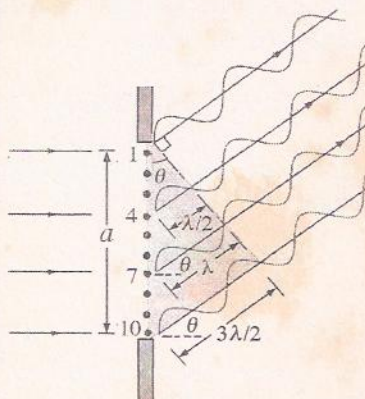
$$a \sin \theta = \lambda \quad (\text{Interf. Destructiva})$$

Consideremos ahora un ángulo θ un poco mas grande, tal que el rayo 10 inferior, viaje $3\lambda/2$ más que el rayo 1 superior. En este caso, los rayos del tercio superior de la rendija se cancelan en pares con los del tercio medio. Sin embargo, los rayos del tercio inferior seguirán alcanzando la pantalla y formarán una mancha brillante, aunque no será tan intensa como la mancha central para $\theta = 0^\circ$.

Para un ángulo θ aun mas grande, tal que el rayo 10 inferior recorre 2λ mas que el rayo 1 superior, habrá otra vez cancelación por pares de *todos* los rayos y se tendrá de nuevo intensidad nula en el patrón de difracción.



Interferencia destructiva
 $a \sin \theta = \lambda$

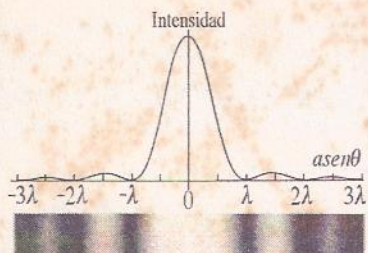


Máximo secundario aproximado
 $a \sin \theta \approx \frac{3}{2} \lambda$

Este análisis cualitativo nos permite deducir que el patrón de difracción de Fraunhofer producido por una rendija única de ancho a sobre una pantalla distante, se compone de un máximo brillante central y de regiones adyacentes brillantes y oscuras alternadas, las cuales son de intensidades mucho más bajas.

Los ángulos para los cuales el patrón de difracción tiene una intensidad nula, que corresponde a interferencia destructiva, están dados por:

$$a \sin \theta = m \lambda \quad m = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$$

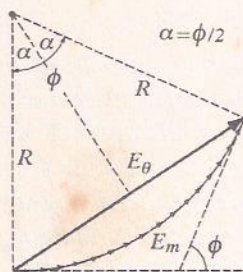
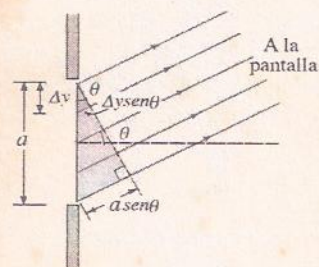


Mínimos de difracción

$$a \sin \theta = m \lambda$$

INTENSIDAD PARA UNA SOLA RENDIJA

Podemos calcular la intensidad utilizando diagramas de fasores. Para ello se procede a dividir la rendija en N tiras de ancho Δy , las cuales envían luz a la pantalla a un ángulo θ , y que llegan con una diferencia de fase $\Delta \phi$.



Si dibujamos la cadena de los N fasores de longitud E_0 punta con cola, se forma un arco de círculo de longitud $E_m = N E_0$. La amplitud del campo resultante E_θ , es la longitud de la cuerda:

$$E_\theta = 2R \sin \frac{\phi}{2} = 2 \left(\frac{E_m}{\phi} \right) \sin \frac{\phi}{2} = E_m \frac{\sin(\phi/2)}{\phi/2} = E_m \frac{\sin \alpha}{\alpha}$$

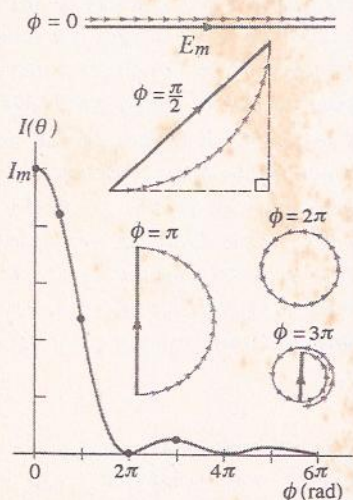
Siendo ϕ la diferencia de fase entre el último y el primer fasor:

$$\frac{\Delta \text{fase}}{2\pi} = \frac{\Delta \text{camino}}{\lambda} \Rightarrow \alpha = \frac{\pi}{\lambda} a \sin \theta$$

$$\alpha = \frac{\phi}{2} = \frac{\pi a}{\lambda} \sin \theta$$

Debido a que la intensidad es proporcional al cuadrado de la amplitud, se tiene:

$$I_\theta = I_m \left(\frac{\sin \alpha}{\alpha} \right)^2$$



Fasores para los cinco puntos mostrados del gráfico de intensidad

Intensidad

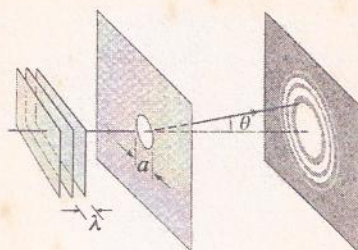
$$I_\theta = I_m \left(\frac{\sin \alpha}{\alpha} \right)^2$$

$$\alpha = \frac{\phi}{2} = \frac{\pi a}{\lambda} \sin \theta$$

DIFRACCIÓN POR UNA ABERTURA CIRCULAR

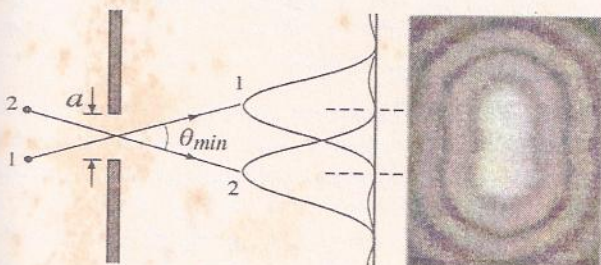
El patrón de difracción de una abertura circular está compuesto por un disco brillante central, rodeado por anillos concéntricos progresivamente mas tenues. Se puede demostrar que la posición del primer mínimo está dado por:

$$a \sin \theta = 1,22 \lambda$$



CRITERIO DE RESOLUCIÓN DE RAYLEIGH

La difracción limita la capacidad de los sistemas ópticos para distinguir entre objetos muy próximos. Cuando la separación angular entre dos fuentes es grande, sus espectros de difracción quedan bien separados y sus imágenes pueden ser perfectamente diferenciadas. Sin embargo, cuando la separación es pequeña, sus figuras de difracción se traslapan y resulta difícil su identificación.



Criterio de resolución de Rayleigh

Angulo de resolución límite para una abertura de diámetro a :

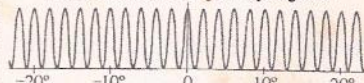
$$\theta_{min} = 1,22 \frac{\lambda}{a}$$

Para decidir cuando dos imágenes están resueltas se usa el *criterio de Rayleigh*: Dos imágenes apenas se distinguen cuando el máximo central del patrón de difracción de una imagen, cae sobre el primer mínimo de la otra imagen.

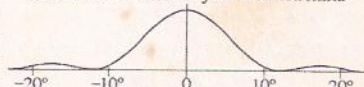
INTERFERENCIA Y DIFRACCIÓN COMBINADOS

En la interferencia por doble rendija, hemos considerado el caso de rendijas que son muy angostas ($a \ll \lambda$), para las cuales se pueden ignorar los efectos de la difracción. Si las rendijas son relativamente anchas, la difracción provoca que la intensidad de una franja de interferencia quede determinada por la intensidad del patrón de difracción correspondiente a la posición de dicha franja. El efecto de la difracción es el de proporcionar una envolvente de la intensidad para las franjas de interferencia que correspondían a dos rendijas angostas.

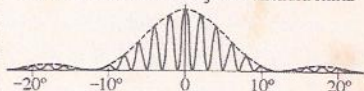
Interferencia dos rendijas muy angostas



Difracción de una rendija de anchura finita



Interferencia de dos rendijas de anchura finita



La combinación de la interferencia y la difracción conduce a la siguiente expresión:

$$I_{\theta} = I_m (\cos \beta)^2 \left(\frac{\sin \alpha}{\alpha} \right)^2$$

donde:

$$\beta = \frac{\pi d}{\lambda} \sin \theta \quad \text{y} \quad \alpha = \frac{\pi a}{\lambda} \sin \theta$$

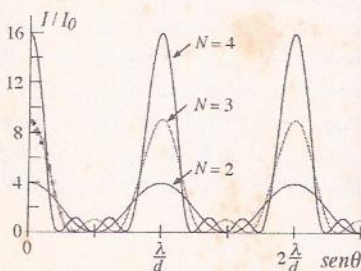
Interferencia y difracción combinadas

$$I_{\theta} = I_m (\cos \beta)^2 \left(\frac{\sin \alpha}{\alpha} \right)^2$$

MÚLTIPLES RENDIJAS

Cuando se aumenta el número N de rendijas, manteniendo igual la distancia d entre ellas, se obtienen patrones de interferencia cuyos máximos principales permanecen en la misma posición, pero progresivamente se van haciendo mas agudos y estrechos. Se observa además, que al aumentar N aparece un número mayor de pequeños máximos secundarios cuyas intensidades se van haciendo despreciables.

En la figura se muestra los patrones de intensidad para un número $N = 2$, $N = 3$ y $N = 4$ de rendijas muy angostas (se desprecia el efecto de la envolvente de difracción)

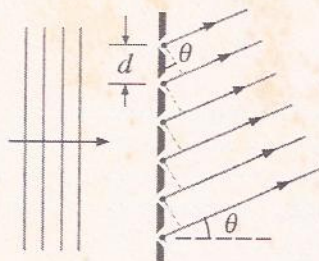


REJILLA DE DIFRACCIÓN

Una rejilla de difracción está constituida por un gran número de rendijas idénticas, paralelas e igualmente espaciadas. La posición angular de los máximos de intensidad en el patrón de interferencia de una rejilla de difracción con incidencia normal es:

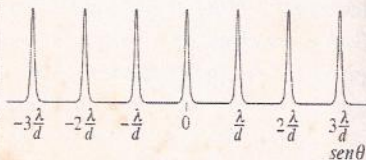
$$d \sin \theta = m \lambda$$

Donde d es el espaciamiento entre rendijas adyacentes y m es el número del orden.



Máximos para rejilla de difracción

$$d \sin \theta = m \lambda$$



Una rejilla de difracción puede operar también por *reflexión*. Estas se fabrican mediante el rayado de surcos paralelos igualmente espaciados sobre una superficie metálica. La luz reflejada tiene máxima intensidad a ángulos donde la diferencia de fase entre las ondas reflejadas de surcos adyacentes es un múltiplo entero de 2π . Los reflejos multicolores de un *disco compacto* (CD), cuando es observado bajo luz blanca, son debidos a que el disco actúa como una *rejilla de difracción por reflexión*. Los surcos son diminutas estrías de 100 nm de profundidad y tiene un espaciamento radial $d = 1600$ nm.

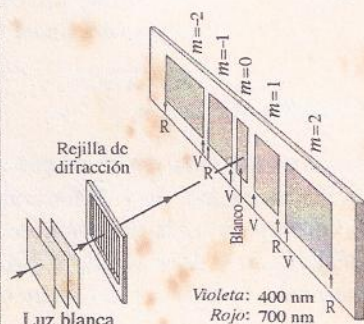


Difracción por reflexión en un CD

ESPECTRÓMETRO DE REJILLA

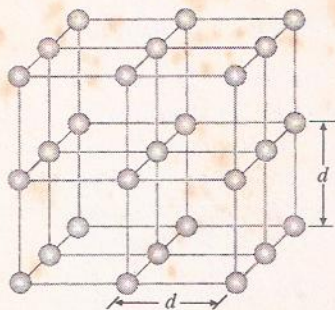
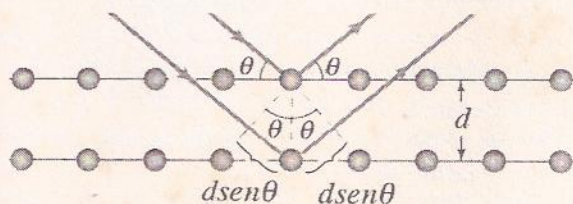
Cuando sobre una rejilla de difracción, incide luz de varias longitudes de onda, para cada λ se producen máximos a diferentes ángulos. En la zona central estará el máximo de orden cero que es común para todas. El conjunto de máximos de un cierto orden m para todos los colores constituyen un espectro, se obtienen así espectros de primer orden, de segundo orden, etc..

Un espectroscopio es un dispositivo que utiliza una rejilla de difracción para separar los distintos colores de la luz y para determinar con exactitud longitudes de onda a partir de la medición cuidadosa de los ángulos θ . Una aplicación importante es la identificación de átomos o moléculas mediante la luz que emiten diferentes elementos y compuestos.



DIFRACCIÓN DE RAYOS X POR CRISTALES

En un material cristalino los átomos están ubicados en planos discretos que tienen separaciones del orden de la longitud de onda de los rayos X ($\lambda \approx 0,1$ nm). Si se hace incidir un haz de rayos X formando un ángulo θ con uno de los planos, el haz puede reflejarse de una familia de planos, como la mostrada en la figura:



Un cristal es una red de difracción tridimensional para los rayos X

En esta construcción geométrica, se observa que el haz reflejado del plano inferior viaja una distancia mayor que el haz reflejado en el plano adyacente superior.

Los dos haces interfieren en forma constructiva cuando la diferencia de caminos: $2dsen\theta$, sea un número entero de longitudes de onda. Lo mismo sucede para toda la familia de planos paralelos. La condición para la interferencia constructiva es:

$$2dsen\theta = m\lambda \quad m = 0, 1, 2, 3, \dots$$

Si se mide λ y θ , esta ecuación puede emplearse para determinar el espaciamiento d entre planos atómicos. Esta relación se conoce como la ley de Bragg en honor a W. H. Bragg y su hijo W. L. Bragg, quienes fueron los primeros en deducirla y hacer uso de ella en 1913.



William H. Bragg (1862-1942) William L. Bragg (1890-1971)

Premio Nóbel de Física 1915
por el análisis de las estructuras
cristalinas por medio de rayos X

Ley de Bragg

$$2dsen\theta = m\lambda$$